ワイル方程式

ワイル方程式を求めて、それのヘリシティを求めます。ワイル方程式とニュートリノは関連していますが、その話は最後に簡単に触れるだけにします。
3 次元の内積 $\Sigma a_i b_i$ を $a_i b_i$ と書いています。

　ディラック方程式

$$(i\hbar\frac{\partial}{\partial x^0}+i\hbar\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla-\beta mc)\psi=0$$

での質量 m を 0 とした方程式

$$i\hbar(\frac{\partial}{\partial x^0}+\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla)\psi=0$$

これをワイル方程式 (Weyl equation) と呼びます。ハミルトニアン演算子と運動量演算子

$$\hat{H}=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\ ,\ \hat{\boldsymbol{p}}=-i\hbar\nabla$$

を使えば

$$\hat{H}\psi=c\boldsymbol{\alpha}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}\psi$$

となります。
　行列 α_i $(i=1,2,3)$ は

$$\alpha_i\alpha_j+\alpha_j\alpha_i=2\delta_{ij}$$

を満たし、ディラック方程式では 4×4 行列の必要があります。しかし、今は β がいないために、4×4 も必要なく 2×2 で十分になります。実際に、2×2 行列であるパウリ行列 σ_i は

$$\sigma_i\sigma_j+\sigma_j\sigma_i=2\delta_{ij}$$

として、同じ関係を持っています。なので、α_i を σ_i に置き換えて、スピノールを 2 成分とします。
　ただし、$\alpha_i\alpha_j+\alpha_j\alpha_i$ なので、α_i は $\alpha_i=\sigma_i$ もしくは $\alpha_i=-\sigma_i$ と選べるために、2 つの独立な方程式が作れます。2 成分スピノールを ψ_1,ψ_2 として、$\alpha_i=-\sigma_i$ では

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial x_0}\psi_1=i\hbar\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla\psi_1 \tag{1a}$$

$\alpha_i=\sigma_i$ では

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial x_0}\psi_2=-i\hbar\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla\psi_2 \tag{1b}$$

これらの左辺はハミルトニアン演算子、右辺はヘリシティ演算子

$$\hat{h} = \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{p}}}{|\boldsymbol{p}|}$$

となっています。

(1a) の解を求めます。「ディラック方程式の解～別解～」と同じように

$$\psi_1(x) = u_1(\boldsymbol{p})e^{-ipx/\hbar} = u_1(\boldsymbol{p})e^{-i(p_0x_0 - \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x})/\hbar}$$

として、(1a) に入れれば

$$p_0 u_1 = -\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p} u_1$$

$\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}/|\boldsymbol{p}|$ を両辺にかければ

$$\begin{aligned}
\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{p}|} p_0 u_1 &= -\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{p}|} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p} u_1 \\
\frac{p_0}{|\boldsymbol{p}|} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p} u_1 &= -\frac{1}{|\boldsymbol{p}|} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}) u_1 \\
-\frac{p_0^2}{|\boldsymbol{p}|} u_1 &= -\frac{1}{|\boldsymbol{p}|} \boldsymbol{p}^2 u_1 \\
p_0^2 u_1 &= \boldsymbol{p}^2 u_1 \\
(p_0^2 - \boldsymbol{p}^2) u_1 &= 0
\end{aligned}$$

よって、

$$p_0 = \pm|\boldsymbol{p}|$$

となり、正エネルギー $p_0 = +|\boldsymbol{p}|$ と負エネルギー $p_0 = -|\boldsymbol{p}|$ が出てきます。$p_0 = +|\boldsymbol{p}|$ では

$$\begin{aligned}
|\boldsymbol{p}| u_1 &= -(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}) u_1 \\
\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{p}|} u_1 &= -u_1
\end{aligned}$$

$\psi_1(x)$ に戻せば

$$\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{p}|} \psi_1(x) = -\psi_1(x)$$

左辺はヘリシティ演算子なので、正エネルギーでの ψ_1 のヘリシティは -1 です。$p_0 = -|\boldsymbol{p}|$ では負エネルギーなので運動量も反転させて

$$u_1(\boldsymbol{p})e^{-i(p_0x_0 - \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x})/\hbar} = u_1(-\boldsymbol{p})e^{-i(-|p_0|x_0 + \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x})/\hbar} = u_1(-\boldsymbol{p})e^{i(|p_0|x_0 - \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x})/\hbar} = u_1(-\boldsymbol{p})e^{ipx/\hbar}$$

とすれば

$$-|\boldsymbol{p}|u_1(-\boldsymbol{p}) = -\boldsymbol{\sigma}\cdot(-\boldsymbol{p})u_1(-\boldsymbol{p})$$

$$\frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot(-\boldsymbol{p})}{|\boldsymbol{p}|}u_1(-\boldsymbol{p}) = +u_1(-\boldsymbol{p})$$

空孔理論の考えから、これはエネルギー $|p_0|$、運動量 $\boldsymbol{p}$、ヘリシティ+1(スピンも反転させるためにヘリシティは変化しない) を持つ反粒子となります。

ψ_2 では $\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}$ の符号が反転するだけなので、正エネルギーに対しては $+1$ のヘリシティー、負エネルギーに対しては -1 のヘリシティーを持ちます (ヘリシティ+1 の粒子、-1 の反粒子)。このように、ψ_1 と ψ_2 では正負のエネルギーに対するヘリシティが反転します。

ヘリシティ+1 のことを右巻き (右手系)、-1 のことを左巻き (左手系) と呼びます。これはスピン +1/2 を左回転に対応させると、ヘリシティ+1 では運動量の方向に右手の親指を向けるとスピンの回転方向が手を握る向きになるためです。-1 では運動量を反転させる (もしくはスピンを反転させる) ので左手での場合になります。

ディラック方程式が 2×2 行列のパウリ行列で書けることから、2 成分スピノールに対するワイル方程式を作りましたが、今度は 4 成分スピノールからワイル方程式を出します。そのために、α_i, β の行列をディラック・パウリ表現ではなく

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} -\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix} \ , \ \beta = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^0 = \beta \ , \ \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \ , \ \gamma^5 = \begin{pmatrix} -I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}$$

とします。I_2 は 2×2 単位行列、γ_5 は $\gamma^5 = \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ です。この場合をワイル表現もしくはカイラル (chiral) 表現と呼びます。これは α_i と β の関係

$$\alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i = 2\delta_{ij} \ , \ \alpha_i\beta + \beta\alpha_i = 0 \ , \ \alpha_i^2 = \beta^2 = 1$$

を満たします。実際に、$\alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i = 2\delta_{ij}$ は

$$\begin{aligned}
\alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i &= \begin{pmatrix} -\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\sigma_j & 0 \\ 0 & \sigma_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\sigma_j & 0 \\ 0 & \sigma_j \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \sigma_i\sigma_j & 0 \\ 0 & \sigma_i\sigma_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_j\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_j\sigma_i \end{pmatrix} \\
&= 2\delta_{ij} \quad (\sigma_i\sigma_j + \sigma_j\sigma_i = 2\delta_{ij})
\end{aligned}$$

$\alpha_i\beta + \beta\alpha_i = 0$ は

$$\alpha_i\beta + \beta\alpha_i = \begin{pmatrix} -\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$\alpha_i^2 = \beta^2 = 1$ は $\sigma_i^2 = I_2$ からすぐに分かります。

この表現によって、ディラック方程式は

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

として

$$
\begin{aligned}
(i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - mc)\psi &= (i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - mc)\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \\
&= i\hbar\begin{pmatrix} 0 & \dfrac{\partial}{\partial x^0} \\ \dfrac{\partial}{\partial x^0} & 0 \end{pmatrix} + i\hbar\begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla \\ -\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} - mc\begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -mc & i\hbar(\dfrac{\partial}{\partial x^0} + \boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla) \\ i\hbar(\dfrac{\partial}{\partial x^0} - \boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla) & -mc \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

上成分と下成分に分けて取り出すと

$$
(i\hbar\frac{\partial}{\partial x^0} - i\hbar\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla)\psi_1 = mc\psi_2
$$

$$
(i\hbar\frac{\partial}{\partial x^0} + i\hbar\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla)\psi_2 = mc\psi_1
$$

見て分かるように、質量項で ψ_1 と ψ_2 が混ざっています。このため質量を 0 にすれば、混ざらない 2 つの式になり

$$
(i\hbar\frac{\partial}{\partial x^0} - i\hbar\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla)\psi_1 = 0
$$

$$
(i\hbar\frac{\partial}{\partial x^0} + i\hbar\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla)\psi_2 = 0
$$

(1a),(1b) と一致します。

ψ_1, ψ_2 は 2 成分なので 4 成分とするために

$$
\psi = \psi_L + \psi_R\ ,\ \psi_L = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ 0 \end{pmatrix}\ ,\ \psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_2 \end{pmatrix}
$$

このようにすると

$$
\begin{aligned}
&\gamma_5\psi_L = \begin{pmatrix} -I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi_1 \\ 0 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \psi_1 \\ 0 \end{pmatrix} = -\psi_L \\
&\gamma_5\psi_R = +\psi_L
\end{aligned}
$$

ψ_L, ψ_R は γ_5 の固有関数で、固有値は $-1, +1$ です。γ_5 の固有値をカイラリティ(chirality) と言い、このときも $+1$ では右巻き、-1 では左巻きと言います。これは正エネルギー状態において ψ_1 のヘリシティは -1、ψ_2 のヘリシティは $+1$ になることに対応します。それを示します。

ψ から ψ_L, ψ_R を取り出す射影演算子を

$$
P_R = \frac{1}{2}(1+\gamma^5)\ ,\ P_L = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)
$$

と与えられます。実際に、これらを ψ に作用させれば

$$
\begin{aligned}
&P_L\psi = P_L\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I_2 + I_2 & 0 \\ 0 & I_2 - I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \psi_L \\
&P_R\psi = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2I_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \psi_R
\end{aligned}
$$

として、ψ_L, ψ_R を取り出します。$\overline{\psi_R}$ は

$$\begin{aligned}
\overline{\psi_R} = (P_R\psi)^\dagger\gamma^0 = \psi^\dagger P_R^\dagger\gamma^0 &= \psi^\dagger\frac{1+\gamma^5}{2}\gamma^0 \\
&= \psi^\dagger\gamma^0\frac{1-\gamma^5}{2} \qquad (\gamma^0\gamma^5 = -\gamma^5\gamma^0) \\
&= \overline{\psi}\frac{1-\gamma^5}{2} \\
&= \overline{\psi}P_L
\end{aligned}$$

同様に $\overline{\psi_L}$ は

$$\begin{aligned}
\overline{\psi_L} = (P_L\psi)^\dagger\gamma^0 = \psi^\dagger P_L^\dagger\gamma^0 &= \psi^\dagger\frac{1-\gamma^5}{2}\gamma^0 \\
&= \psi^\dagger\gamma^0\frac{1+\gamma^5}{2} \\
&= \overline{\psi}\frac{1+\gamma^5}{2} \\
&= \overline{\psi}P_R
\end{aligned}$$

また、P_L, P_R は、$(\gamma^5)^2 = 1$ から

$$\begin{aligned}
&P_R^2 = \frac{1}{4}(1+\gamma^5)(1+\gamma^5) = \frac{1}{4}(2+2\gamma^5) = P_R \\
&P_L^2 = \frac{1}{4}(1-\gamma^5)(1-\gamma^5) = \frac{1}{4}(2-2\gamma^5) = P_L \\
&P_RP_L = \frac{1}{4}(1+\gamma^5)(1-\gamma^5) = \frac{1}{4}(1-1) = 0 \\
&P_R + P_L = \frac{1}{2}(1+\gamma^5) + \frac{1}{2}(1-\gamma^5) = 1
\end{aligned}$$

となっています。
　ワイル表現で行いましたが、ψ はガンマ行列の表現とは無関係に

$$\psi = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi + \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi = P_L\psi + P_R\psi = \psi_L + \psi_R$$

とできます。そして、ψ_L, ψ_R のカイラリティも表現とは無関係に

$$\begin{aligned}
&\gamma_5\psi_L = \frac{1}{2}\gamma_5(1-\gamma_5)\psi = -\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi = -\psi_L \\
&\gamma_5\psi_R = \frac{1}{2}\gamma_5(1+\gamma_5)\psi = +\psi_R
\end{aligned}$$

となります。
　ワイル方程式において、ヘリシティ演算子とカイラリティ演算子が同じになることを見ておきます。ガンマ行列を使ったワイル方程式は

$$i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x)=0$$

これに $\gamma_5\gamma_0$ を左からかけて

$$i\hbar(\gamma_5\partial_0+\gamma_5\gamma_0\boldsymbol{\gamma}\cdot\nabla)\psi(x)=0$$

$\gamma_5\gamma_0\boldsymbol{\gamma}$ は

$$\gamma_5\gamma_0\gamma^i=\begin{pmatrix}-I_2 & 0\\ 0 & I_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & I_2\\ I_2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & \sigma_i\\ -\sigma_i & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sigma_i & 0\\ 0 & \sigma_i\end{pmatrix}=\Sigma_i$$

と書けるので、正エネルギー $|\boldsymbol{p}|$ とすれば

$$\begin{aligned}-i\hbar\boldsymbol{\Sigma}\cdot\nabla\psi(x)&=i\hbar\gamma_5\partial_0\psi(x)\quad(\boldsymbol{\Sigma}=\Sigma_i)\\ \boldsymbol{\Sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}\psi(x)&=\gamma_5p_0\psi(x)\\ \frac{\boldsymbol{\Sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}}{|\boldsymbol{p}|}\psi(x)&=\gamma_5\psi(x)\end{aligned}$$

左辺は 4×4 単位行列を I_4 とすれば

$$\frac{\boldsymbol{\Sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}}{|\boldsymbol{p}|}=\frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}}{|\boldsymbol{p}|}I_4$$

なので、ヘリシティ演算子です。このため、ワイル方程式の解 $\psi(x)$ に対してヘリシティ演算子とカイラリティ演算子は同じです。よって、カイラリティ演算子の固有関数 ψ_R,ψ_L では

$$\frac{\boldsymbol{\Sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}}{|\boldsymbol{p}|}\psi_L=-\psi_L\ ,\ \frac{\boldsymbol{\Sigma}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}}{|\boldsymbol{p}|}\psi_R(x)=\psi_R$$

となり、ヘリシティ演算子での左巻き、右巻きと一致します。

ディラック・パウリ表現でも同様になることを見ていきます。同じ手順で求められますが、最初と同じようにして求めます。

質量を 0 にしたディラック方程式に

$$\psi(x)=u(\boldsymbol{p})e^{-ipx/\hbar}$$

を入れて、正エネルギーとすれば

$$|\boldsymbol{p}|u=\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{p}u$$

ディラック・パウリ表現として

$$\alpha_i=\begin{pmatrix}0 & \sigma_i\\ \sigma_i & 0\end{pmatrix}\ ,\ \gamma_5=\begin{pmatrix}0 & I_2\\ I_2 & 0\end{pmatrix}$$

α_i は

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix} = \gamma_5\Sigma_i$$

これを使って

$$|\boldsymbol{p}|u = (\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{p})\gamma_5 u \qquad (\gamma_5\Sigma_i = \Sigma_i\gamma_5)$$
$$u = \frac{\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{p}|}\gamma_5 u$$

ヘリシティ演算子 $\hat{h}$ に 4×4 単位行列をかけて 4×4 行列にして作用させれば

$$\hat{h}u = h\frac{\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{p}|}\gamma_5 u$$
$$\hat{h}u = \frac{(\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p})(\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{p})}{|\boldsymbol{p}|^2}\gamma_5 u$$

右辺は

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p})(\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{p}) &= \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix} p_i \begin{pmatrix} \sigma_j & 0 \\ 0 & \sigma_j \end{pmatrix} p_j \\ &= \begin{pmatrix} \sigma_i\sigma_j & 0 \\ 0 & \sigma_i\sigma_j \end{pmatrix} p_i p_j \\ &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sigma_i\sigma_j + \sigma_j\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i\sigma_j + \sigma_j\sigma_i \end{pmatrix} p_i p_j \\ &= \begin{pmatrix} \delta_{ij} & 0 \\ 0 & \delta_{ij} \end{pmatrix} p_i p_j \\ &= \boldsymbol{p}^2\end{aligned}$$

なので

$$\hat{h}u = \gamma_5 u$$

ψ_L, ψ_R は P_L, P_R によって表現とは無関係に作れるので

$$\begin{aligned}\hat{h}u &= \gamma_5 u \\ \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\hat{h}u &= \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\gamma_5 u \\ \frac{1}{2}\hat{h}(1+\gamma_5)u &= \frac{1}{2}(1+\gamma_5)u \\ \hat{h}P_R u &= P_R u \\ \hat{h}u_R &= u_R\end{aligned}$$

$\hat{h}$ は単位行列に係数がついているだけなので γ_5 と交換します。このように、正エネルギーでの u_R のヘリシティは $+1$ で、$\hat{h}u_R = \gamma_5 u_R$ です。$1-\gamma_5$ に変えれば

$$
\begin{aligned}
\hat{h}u &= \gamma_5 u \\
\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\hat{h}u &= \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\gamma_5 u \\
\frac{1}{2}\hat{h}(1-\gamma_5)u &= -\frac{1}{2}(1-\gamma_5)u \\
\hat{h}P_L u &= -P_L u \\
\hat{h}u_L &= -u_L
\end{aligned}
$$

となるので、正エネルギーでの u_L のヘリシティは -1 で、$\hat{h}u_L = \gamma_5 u_L$ です。このように、同じ結果になります。

最後にここで見てきたものが何を記述するのか簡単に言っておきます。ワイル方程式は元がディラック方程式なので、質量が 0 のスピン 1/2 のフェルミオンを記述します。そのような粒子はニュートリノ (neutrino) です (ただし、現在ではニュートリノは質量を持つことが確定されている)。というわけで、左巻き、右巻きで言えば、左巻きのニュートリノ ν_L と右巻きの反ニュートリノ $\overline{\nu}_R$、右巻きのニュートリノ ν_R と左巻きの反ニュートリノ $\overline{\nu}_L$ を記述します。しかし、現実にはニュートリノは左巻きニュートリノ ν_L と右巻き反ニュートリノ $\overline{\nu}_R$ のみが観測されており、他の 2 つの存在は示されていません。これは、弱い相互作用と呼ばれる相互作用での特徴となっています。また、ニュートリノは弱い相互作用にしか関わってきません。